

CE Wiskunde B

leeroverzicht: rekenregels, formules en meer

Algemene rekenregels

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

$$\sqrt{A} \cdot \sqrt{B} = \sqrt{AB}$$

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$$

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q} \quad (ab)^p = a^p b^p \quad a^0 = 1$$

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q} \quad a^{-p} = \frac{1}{a^p}$$

$$(a^p)^q = a^{pq} \quad a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

$${}^s\log(a) + {}^s\log(b) = {}^s\log(ab) \quad {}^s\log(g^a) = a$$

$${}^s\log(a) - {}^s\log(b) = {}^s\log\left(\frac{a}{b}\right) \quad g^{{}^s\log(a)} = a$$

$$n \cdot {}^s\log(a) = {}^s\log(a^n) \quad \log(a) = {}^{10}\log(a)$$

$${}^s\log(a) = \frac{{}^n\log(a)}{{}^n\log(g)} \quad \ln(a) = {}^e\log(a)$$

$$\frac{1}{s}\log(a) = -{}^s\log(a)$$

Vergelijkingen oplossen

$$A \cdot B = 0 \text{ geeft } A = 0 \vee B = 0$$

$$|A| = B \text{ met } B \geq 0 \text{ geeft } A = B \vee A = -B$$

$$A \cdot B = A \cdot C \text{ geeft } A = 0 \vee B = C$$

$$A^2 = B^2 \text{ geeft } A = B \vee A = -B$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \vee x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$\text{met } D = b^2 - 4ac$$

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \text{ geeft } AD = BC$$

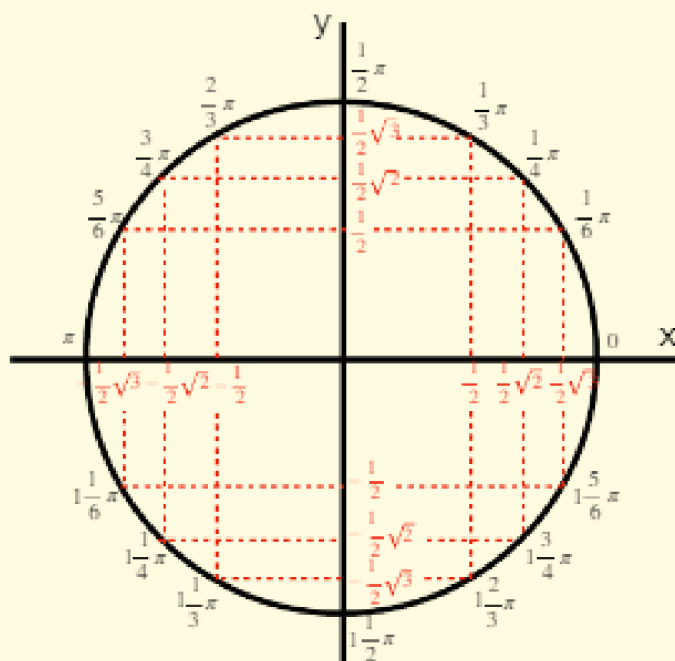
$$\frac{A}{B} = \frac{A}{C} \text{ geeft } A = 0 \vee B = C$$

$$g^a = g^b \text{ geeft } A = B$$

$${}^s\log(A) = {}^s\log(B) \text{ geeft } A = B$$

$${}^s\log(x) = y \text{ geeft } x = g^y$$

Goniometrie



$$\sin(-A) = -\sin(A)$$

$$-\sin(A) = \sin(A + \pi)$$

$$\sin(A) = \cos(A - \frac{1}{2}\pi)$$

$$\sin^2(A) + \cos^2(A) = 1$$

$$\sin(A) = \sin(B) \text{ geeft}$$

$$A = B + k \cdot 2\pi \vee A = \pi - B + k \cdot 2\pi$$

$$\cos(A) = \cos(B) \text{ geeft}$$

$$A = B + k \cdot 2\pi \vee A = -B + k \cdot 2\pi$$

Harmonische trilling : $u = b \sin(c(t - t_0))$ met $c = 2\pi f$,
bij t_0 stijgend door de evenwichtsstand

$$\text{Periode samengestelde trilling} = \frac{2\pi}{GGD}$$

Differentiaal- en integraalrekening

Primitieve $F(x)$	Functie $f(x)$		Afgeleide $f'(x)$
$\frac{a^n}{n+1}x^{n+1} + C \quad (n \neq -1)$	$a x^n$		$n a x^{n-1}$
$e^x + C$	e^x		e^x
$\frac{g^x}{\ln(g)} + C$	g^x		$g^x \cdot \ln(g)$
$x \ln(x) - x + C$	$\ln(x)$		$\frac{1}{x}$
$\ln x + C$	$\frac{1}{x}$		$-\frac{1}{x^2}$
$\frac{1}{\ln(g)}x \ln(x) - x + C$	$\log(x)$		$\frac{1}{x \ln(g)}$
$-\cos(x) + C$	$\sin(x)$		$\cos(x)$
$\sin(x) + C$	$\cos(x)$		$-\sin(x)$
	$\tan(x)$		$\frac{1}{\cos^2(x)}$ en $1 + \tan^2(x)$

Regels differentiëren

$$p(x) = f(x) \cdot g(x) \text{ geeft}$$

$$p'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$q(x) = \frac{t(x)}{n(x)} \text{ geeft}$$

$$q'(x) = \frac{n(x) \cdot t'(x) - t(x) \cdot n'(x)}{(n(x))^2}$$

$$f(x) = u(v(x)) \text{ geeft}$$

$$f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$$

Regels primitiveren

de primitieven van $f(ax + b)$

$$\text{zijn } \frac{1}{a} F(ax + b) + C$$

Toepassingen differentiëren

$$f'(x) = 0 \rightarrow \text{extreme waarden}$$

$$f'(x) \rightarrow \text{rc raaklijn}$$

$$f''(x) = 0 \rightarrow \text{buigpunten}$$

$$f'(x) > 0 \wedge f''(x) > 0 \rightarrow \text{toenemend stijgend}$$

$$f'(x) > 0 \wedge f''(x) < 0 \rightarrow \text{afnemend stijgend}$$

$$f'(x) < 0 \wedge f''(x) < 0 \rightarrow \text{toenemend dalend}$$

$$f'(x) < 0 \wedge f''(x) > 0 \rightarrow \text{afnemend dalend}$$

de grafieken van f en g raken elkaar in punt A als x_A voldoet aan

$$f(x) = g(x) \wedge f'(x) = g'(x)$$

de grafieken van f en g snijden elkaar loodrecht in punt A als x_A voldoet aan

$$f(x) = g(x) \wedge f'(x) \cdot g'(x) = -1$$

Toepassingen integreren

$$\text{oppervlakte onder } f(x) \text{ (boven x-as, ingesloten door } x = a \text{ en } x = b) \rightarrow \int_a^b f(x) dx$$

$$\text{oppervlakte tussen } f(x) \text{ en } g(x) \rightarrow \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \quad (\text{bovenste} - \text{onderste})$$

$$\text{inhoud bij wenteling } f(x) \text{ om x-as} \rightarrow \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

$$\text{inhoud bij wenteling vlakdeel tussen } f(x) \text{ en } g(x) \text{ om x-as} \rightarrow \pi \int_a^b ((f(x))^2 - g(x)^2) dx \quad (\text{buitenste} - \text{binnenste})$$

$$\text{inhoud bij wenteling } f(x) \text{ om y-as} \rightarrow \pi \int_a^b x^2 dy$$

$$\text{booglengte} \rightarrow \pi \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Inhoud van vormen

$$\text{inhoud bol} \rightarrow I_{\text{bol}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{inhoud kegel} \rightarrow I_{\text{kegel}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{inhoud cilinder} \rightarrow I_{\text{cilinder}} = \pi r^2 h$$

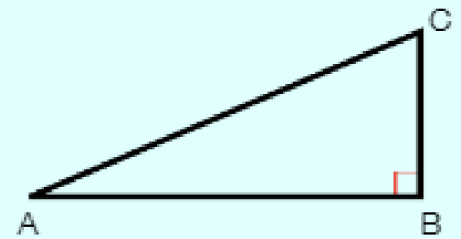
Meetkunde & vectoren

Pythagoras en goniometrie

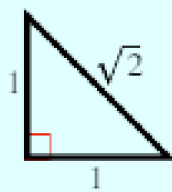
In rechthoekige driehoeken geldt

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

SOS CAS TOA

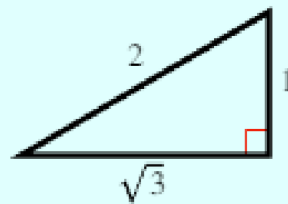


Verhoudingen in bijzondere rechthoekige driehoeken



$45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$

$1 : 1 : \sqrt{2}$



$30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$

$1 : 2 : \sqrt{3}$

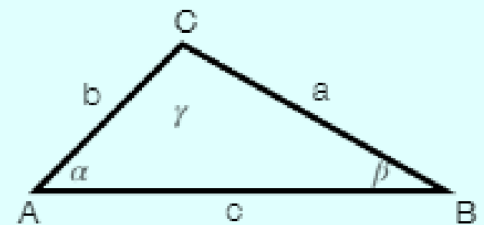
Sinusregel en cosinusregel

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

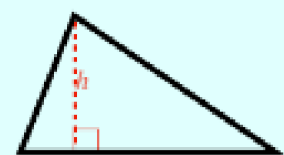
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(\beta)$$

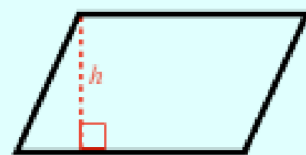
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$$



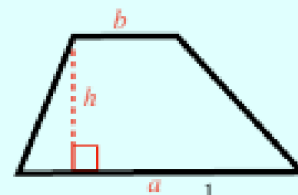
Oppervlakte basisfiguren



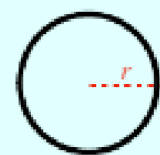
$$O_{\text{driehoek}} = \frac{1}{2}bh$$



$$O_{\text{parallellogram}} = bh$$



$$O_{\text{trapezium}} = \frac{1}{2}(a + b)h$$



$$O_{\text{cirkel}} = \pi r^2$$

Hoek tussen twee lijnen

richtingshoek α van de lijn $k \rightarrow \tan(\alpha) = rc_k$ en $-90^\circ < \alpha \leq 90^\circ$

lijnen loodrecht op elkaar $k \perp l \rightarrow rc_k \cdot rc_l = -1$

hoek tussen de lijnen k en $l \rightarrow \cos(\angle(k, l)) = \frac{|\vec{r}_k \cdot \vec{r}_l|}{|\vec{r}_k| \cdot |\vec{r}_l|}$

Afstanden bij punten en lijnen

afstand tussen de punten $A(x_A, y_A)$ en $B(x_B, y_B) \rightarrow d(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

afstand tussen het punt $P(x_P, y_P)$ en de lijn $k : ax + by = c \rightarrow d(P, k) = \frac{|ax_P + by_P - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Cirkelvergelijking

$$(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = r^2$$

Een raaklijn aan een cirkel staat loodrecht op de straal naar het raakpunt.

Vectoren

rotatie vector $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ rechtsom over 90° geeft $\vec{a}_R = \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}$, rotatie linksom 90° geeft $\vec{a}_L = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$

vectoren loodrecht op elkaar $\rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Zwaartepunt

Voor het zwaartepunt Z van de massa's $m_1, m_2, \dots, m_n$ in de punten $A_1, A_2, \dots, A_n$ geldt

$$\vec{z} = \frac{1}{M}(m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + \dots + m_n \vec{a}_n) \text{ met } M = m_1 + m_2 + \dots + m_n$$

bij een driehoek met hoekpunten A, B en $C \rightarrow \vec{z} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$

Bewegingsvergelijkingen

$$\text{plaatsvector } \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

$$\text{snellheidsvector } \vec{v}(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix}$$

$$\text{versnellingsvector } \vec{a}(t) = \begin{pmatrix} x''(t) \\ y''(t) \end{pmatrix}$$

$$\text{baansnelheid } |\vec{v}(t)| = \sqrt{((x'(t))^2 + (y'(t))^2)}$$

$$\text{baanversnelling } a_b(t) = \frac{\vec{v}(t) \cdot \vec{a}(t)}{|\vec{v}(t)|}$$

Overig

Transformaties

translatie $(0, a) \rightarrow a$ optellen bij de functiewaarde $\rightarrow$ grafiek verschuift a omhoog

$$\text{bijv. } y = 2^{x+1} - 3 \xrightarrow{\text{translatie } (0,5)} y = 2^{x+1} + 2$$

translatie $(0, b) \rightarrow x$ vervangen door $x - b \rightarrow$ grafiek verschuift b naar rechts

$$\text{bijv. } y = x^2 - 3x \xrightarrow{\text{translatie } (2,0)} y = (x - 2)^2 - 3(x - 2)$$

vermenigvuldiging met c t.o.v. x-as $\rightarrow$ functiewaarde vermenigvuldigen met c

$$\text{bijv. } y = \frac{x-1}{2x-3} \xrightarrow{\text{verm. x-as, } 4} y = \frac{4x-4}{2x-3}$$

vermenigvuldiging met d t.o.v. y-as $\rightarrow x$ vervangen door $\frac{1}{d}x$

$$\text{bijv. } y = 4 + \sqrt{2x-1} \xrightarrow{\text{verm. y-as, } 3} y = 4 + \sqrt{\frac{2}{3}x-1}$$

Inverse functies

functies f en g met de eigenschap dat hun grafieken elkaars spiegelbeeld zijn in $y = x$ zijn elkaars inverse, de inverse van een functie kan worden opgesteld door x en y te verwisselen en vervolgens y vrij te maken

Limieten, perforaties en asymptoten

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ bestaat (grafiek is ononderbroken) als } \lim_{x \uparrow a} f(x) = \lim_{x \downarrow a} f(x)$$

de grafiek van f heeft een perforatie (a, b) als $f(a)$ niet bestaat $\left(\frac{0}{0}\right)$ en $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$

verticale asymptoten $\rightarrow$ noemer $= 0$ (en teller $\neq 0$)

horizontale asymptoten $\rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ en $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

scheve asymptoot $y = ax + b \rightarrow$ als $f(x)$ te schrijven is in de vorm $f(x) = ax + b + \frac{t(x)}{n(x)}$
en geldt $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{t(x)}{n(x)} = 0$

Symmetrie

de grafiek van een functie f is lijnsymmetrisch in de lijn $x = a$ als $f(a - p) = f(a + p)$ voor elke p

de grafiek van een functie f is puntsymmetrisch in (a, b) als $f(a - p) + f(a + p) = 2b$ voor elke p